Ψ 物理公式 [三訂版]

1 力学

$\boxed{1}$ 等加速度運動

速度 v 、初速 v_0 、加速度 a 、時間 t 、変位 x とするとき

$$v = v_0 + at \tag{1}$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \tag{2}$$

$$v^2 - {v_0}^2 = 2ax \tag{3}$$

$\boxed{2}$ 力学的エネルギー

力学的エネルギーには、運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ と位置エネルギー mgh がある。エネルギー保存則によりこれらの和は一定に保たれる。

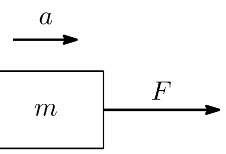
$$\text{運動エネルギー}\ K = \frac{1}{2}mv^2 \tag{4}$$

$$\text{位置エネルギー}\ U = mgh \tag{5}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{一定} \tag{6}$$

$\boxed{3}$ 運動方程式

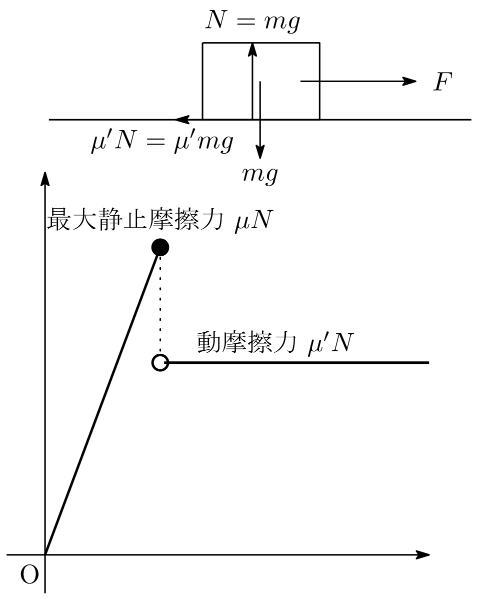
質量 m の物体に加速度を a を生じさせるものを力 F と定義する。



$$F = ma \tag{7}$$

4　摩擦力

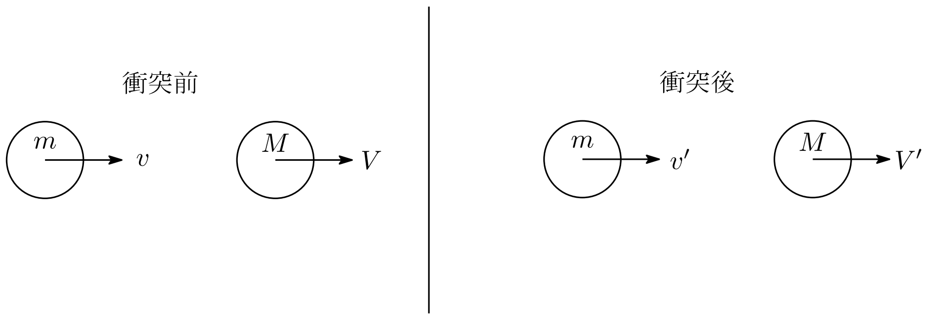
摩擦力には最大静止摩擦力と動摩擦力がある。最大静止摩擦力は物体が動き始めるぎりぎりの摩擦力であり、動摩擦力は動いている物体が感じる摩擦力である。摩擦力は物体の垂直抗力 N に正比例するため、最大静止摩擦係数 μ 、動摩擦係数 μ' を用いて以下のように表される。



$$
\begin{aligned}
\text{最大静止摩擦力}\ F &= \mu N && (8)\\
\text{動摩擦力}\ F &= \mu' N && (9)
\end{aligned}
$$

5　運動量保存の法則１（完全弾性衝突）

２物体の衝突では、衝突の前後で運動量が保存される。またエネルギーが変形や熱などに使われない場合に完全弾性衝突と呼び、エネルギー保存の法則も同時に成り立つ。運動量 P は mv で表される。



$$
\begin{aligned}
\text{運動量保存の法則}\ mv + MV &= mv' + MV' && (10)\\
\text{エネルギー保存の法則}\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 &= \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}MV'^2 && (11)
\end{aligned}
$$

6　運動量保存の法則２（不完全弾性衝突）

２物体の衝突において、運動量は常に保存される。しかし、衝突の際に物体の変形や摩擦熱によってエネルギーが使われた場合には、エネルギー保存則は成り立たなくなる。衝突前後の速度差の比にマイナスを掛けて正の値を取るようにしたものを跳ね返り係数 e と呼ぶ。跳ね返り係数 e は $0 \leqq e \leqq 1$ の値を取り、$e = 1$ のとき完全弾性衝突と同値である。

$$\begin{aligned}\text{運動量保存の法則}\; mv + MV &= mv' + MV' && (12)\\ \text{跳ね返り係数の式}\; e &= -\frac{V' - v'}{V - v} && (13)\end{aligned}$$

7　静止物体の分裂

静止していた物体が２つの物体に分裂するときにも運動量が保存するとすると、運動量保存の法則 $mv = MV$ が成り立つ。したがって２物体の運動エネルギーの比は

$$\frac{1}{2}mv^2 : \frac{1}{2}MV^2 = v : V = M : m \tag{14}$$

となり、運動エネルギーの比はそれぞれの物体の質量の逆比になる。

8　フックの法則

ばねの自然長からの伸び・縮み x 、ばね定数 k とすると物体にかかる力 F 及び物体の位置エネルギー U は以下で表される。

$$\begin{aligned} F &= kx && (15)\\ U &= \frac{1}{2}kx^2 && (16)\end{aligned}$$

9　ばねにおけるエネルギー保存の法則１

ばねが床に対して垂直に取り付けられている場合に、自然長を基準に選べば、重力とばねの弾性力がキャンセルされないため、重力による位置エネルギーまで考慮に入れてエネルギー保存則の式を立てる必要がある。

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + mgx = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}kx'^2 + mgx' \tag{17}$$

$\boxed{10}$ ばねにおけるエネルギー保存の法則２

物体が水平な床の上に置かれてばねが床と平行に取り付けられており、摩擦熱によるエネルギーの減少がない場合には、エネルギー保存則が成り立つ。またばねが床に対して垂直に取り付けられている場合には、重力による位置エネルギーを考慮に入れる必要があるが、重力とばねの弾性力が釣り合っている釣り合いの位置を基準に選べば、上の場合と同様に運動エネルギーとばねエネルギーだけを考慮すればよく、水平の場合と同一の式が書ける。

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}kx'^2 \tag{18}$$

$\boxed{11}$ 力積

ある物体に力 F が時間 t 加えられて物体の運動量が変化したとき、力と時間の積を力積 Ft と呼び、運動量との間に以下のような関係にある。

$$mv' - mv = Ft \tag{19}$$

$\boxed{12}$ 仕事

ある物体に力 F が距離 x 加えられて物体の運動エネルギーが変化したとき、力と距離の積を仕事 Fx と呼び、運動エネルギーとの間に以下のような関係にある。仕事と熱とエネルギーはすべて等価なものであり、単位もすべて J （ジュール）である。

$$\frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 = Fx \tag{20}$$

$$1 \ [J] = 1 \ [Nm] = 1 \ [kgm^2/s^2] \tag{21}$$

$\boxed{13}$ 仕事率

為された仕事をそれにかかった時間で割ったものを仕事率と呼ぶ。単位は W （ワット）である。

$$\text{仕事}\, W = Fx \tag{22}$$

$$\text{仕事率}\, P = \frac{W}{t} = \frac{Fx}{t} = Fv \tag{23}$$

$$1 \ [W] = 1 \ [J/s] \tag{24}$$

$\boxed{14}$ 力のモーメント

質量を持つ物体の回転運動について考える場合に、物体を単なる質点ではなく体積をもったものとして扱う必要が出てくる。これが剛体の概念で、回転運動はするが変形はしないものと定義する。ある剛体が回転運動しないためには、回転の中心（支点）からの距離とそこにかかる力の積の総和が 0 である必要がある。

$$F_1x_1 + F_2x_2 + \ldots + F_nx_n = 0 \tag{25}$$

$\boxed{15}$ 円運動

回転運動において扇形の弧の長さは $l = r\theta$ であるから、時間で両辺を微分すると、$v = r\omega$ となる。ω を角速度と呼ぶ。また角速度と周期の積 ωT は 2π になり、周期 T の逆数を周波数 f という。

$$\begin{aligned} v &= r\omega & (26) \\ \omega T &= 2\pi & (27) \\ f &= \frac{1}{T} & (28) \\ \omega &= 2\pi f & (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= A\sin\omega t & (30) \\ v &= A\omega\cos\omega t & (31) \\ a &= -A\omega^2\sin\omega t = -\omega^2 x & (32) \end{aligned}$$

$\boxed{16}$ 向心力

回転している物体は円の中心方向に力を受けている。

$$F = mr\omega^2 = m\frac{v^2}{r} \tag{33}$$

$\boxed{17}$ ばね振動

ばね振動を単振動と考えると向心力とばねの力が等しいと考えて

$$mr\omega^2 = kr \text{ より} \tag{34}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{（ミカン）} \tag{35}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{36}$$

$\boxed{18}$ 振り子の振動

振り子の振れ幅が十分に小さいとき、その振動を単振動で近似できる。振り子の長さを l 、振れ幅を x とすると $\sin\theta \approx \dfrac{x}{l}$ となるので

$$mg\sin\theta = mg\frac{x}{l} = mx\omega^2 \text{より} \tag{37}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \text{（リンゴ）} \tag{38}$$

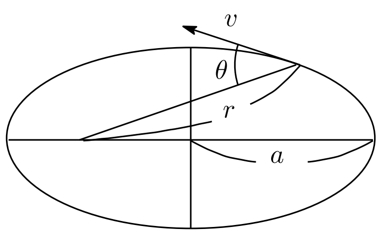
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{39}$$

$\boxed{19}$ 浮力

液体中にある物体はその物体が液体を押しのけた体積分の浮力を受ける。液体の密度を ρ 、液体中の物体の体積を V 、重力加速度を g とすると

$$F = \rho V g \tag{40}$$

$\boxed{20}$ ケプラーの法則



(1) 惑星は太陽を一焦点とする楕円軌道を描く。

(2) 面積速度が一定である。$\dfrac{1}{2}rv\sin\theta = $ 一定 (ただしθは r と v のなす角)
面積速度 $S \times$ 周期 $T =$ 面積 πab

(3) 周期 T の 2 乗は長半径 a の 3 乗に比例する。$T^2 = ka^3$ ただし $k = \frac{4\pi^2}{G(M+m)}$

$\boxed{21}$ 重力と位置エネルギー

重力 F 、位置エネルギー U 、２物体の質量 M, m 、距離 r 、重力定数 G とすると

$$
\begin{aligned}
F &= G\frac{Mm}{r^2} && (41)\\
|U| &= \int_r^{\infty} G\frac{Mm}{r^2} = G\frac{Mm}{r} && (42)\\
U &= -G\frac{Mm}{r} && (43)\\
\frac{1}{2}mv^2 + (-G\frac{Mm}{r}) &= \text{一定} && (44)\\
\text{また } mg &= G\frac{Mm}{r^2} \text{ より } g = \frac{GM}{r^2} && (45)
\end{aligned}
$$

2　熱力学

$\boxed{22}$ 熱量

質量 m　$[g]$ 、比熱 c　$[J/gK]$ の物質を温度 $\triangle t$ だけ上げるのに必要な熱量を Q とすると

$$Q = mc\triangle t \tag{46}$$

ただし cal （カロリー）で比熱が与えられたときは 1　$[cal] = 4.2$　$[J]$ を使って変換すること。

$\boxed{23}$ 融解熱・気化熱

物質 1　$[g]$ あたりの融解熱・気化熱を d　$[J/g]$ とすると、質量 m　$[g]$ の物質がすべて溶解するために必要な融解熱は

$$Q = md \tag{47}$$

$\boxed{24}$ 熱容量

質量 m　$[g]$ に比熱 c　$[J/gK]$ をあらかじめ掛けて計算したものを熱容量という。

$\boxed{25}$ 状態方程式

圧力 P　$[N]$ 、体積 V　$[m^3]$ 、温度 T　$[K]$ における n　$[mol]$ の理想気体は、気体定数を $R = 8.31$　$[J/molK]$ として

$$PV = nRT \tag{48}$$

ただし、化学における状態方程式は体積の単位が $m^3 \longrightarrow l$ なので気体定数は $R = 8.31 \times 10^3$　$[J/molK]$ になることに注意！

$$1\ \ [atm] = 1.013 \times 10^5\ \ [Pa] = 101300\ \ [Pa] = 1013\ \ [hPa] = 760\ \ [mmHg]$$

$\boxed{26}$ ベルヌーイの式

一辺 L の立方体の中に 1　$[mol]$ の気体が入っているとすると

$$F = 2mv_x(\text{1個あたりの力積}) \times \frac{v_x}{2L}(\text{振動数}) \times N\ (\text{個数}) = \frac{mv_x^2 N}{L} \tag{49}$$

分子の速度が x,　y,　z 方向に等方的であるとすると

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 3v_x^2 \tag{50}$$

なので、これを代入すると

$$\frac{mv_x^2 N}{L} = \frac{mv^2 N}{3L} \tag{51}$$

$F = P \times L^2$ であるから

$$P \times L^2 = \frac{mv^2 N}{3L} \tag{52}$$

したがって気体分子による圧力は１ $[mol]$ あたり

$$P = \frac{Nmv^2}{3L^3} = \frac{Nmv^2}{3V} \tag{53}$$

27 気体分子の平均速度

ベルヌーイの式により気体１ $[mol]$ あたりの圧力は $P = \frac{Nmv^2}{3V}$ 、また気体の状態方程式から１ $[mol]$ の気体について　$PV = RT$ が成り立つ。

$$v = \sqrt{\frac{3RT}{Nm}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \tag{54}$$

28 単原子分子の内部エネルギー

ボルツマン定数を k 、アボガドロ数を N 、気体定数を R とすると $k = \frac{R}{N}$ 。

単原子分子１個の内部エネルギー $U = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$(１自由度あたり $\frac{1}{2}kT$　自由度３) (55)

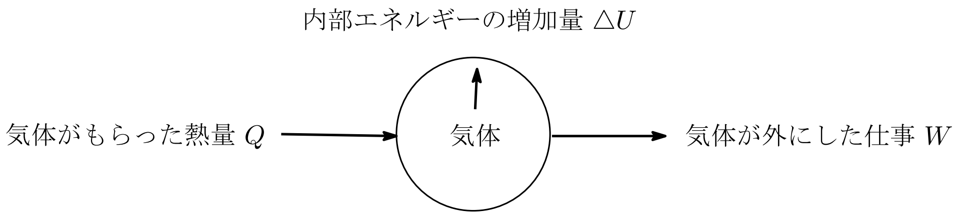
単原子分子１モルの内部エネルギー $U = \frac{3}{2}RT$ (56)

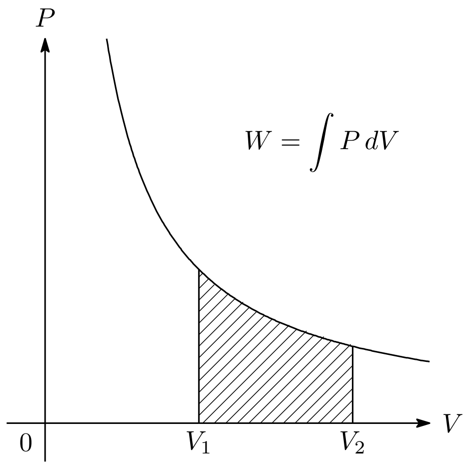
単原子分子 n モルの内部エネルギー $U = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}PV$ (57)

二原子分子１個の内部エネルギー $U = \frac{5}{2}kT$(１自由度あたり $\frac{1}{2}kT$　自由度５) (58)

29 熱力学第一法則（エネルギー保存則）

気体がもらった熱量 Q は内部エネルギーの増加量 $\triangle U$ と気体が外にした仕事 W の和になる。





$$\begin{aligned} Q &= \triangle U + W && (59) \\ Q &= 0 \text{ 断熱変化} && (60) \\ \triangle U &= 0 \text{ 等温変化} && (61) \\ W &= 0 \text{ 定積変化} && (62) \\ W &= P\triangle V \text{ 定圧変化} && (63) \end{aligned}$$

$\boxed{30}$ 熱力学第二法則（エントロピー増大の法則）
外部に何らの変化も残さずに仕事をすることはできない。これは効率を 1 にすることができないことと同じである。

$\boxed{31}$ 定積変化
定積変化においては $W = 0$ となるから $Q = \triangle U$ である。

$$Q = \triangle U = \frac{3}{2} nR\triangle T \tag{64}$$

このとき $C_V = \dfrac{3}{2}R$ を定積モル比熱という。

$\boxed{32}$ 定圧変化

定圧変化においては $W = P\triangle V$ となるから $Q = \triangle U + P\triangle V$ である。

$$Q = \triangle U + P\triangle V = \frac{3}{2}nR\triangle T + nR\triangle T = \frac{5}{2}nR\triangle T \tag{65}$$

このとき $C_P = \frac{5}{2}R$ を定圧モル比熱という。

$\boxed{33}$ ２原子分子のモル比熱

２原子分子の場合には回転のエネルギーが加算され（１自由度につき $\frac{1}{2}nRT$ で、自由度が２増える。）

$$\text{定積モル比熱}\, C_V = \frac{5}{2}R \tag{66}$$

$$\text{定圧モル比熱}\, C_P = \frac{7}{2}R \tag{67}$$

$\boxed{34}$ マイヤーの式

$$C_P - C_V = R \tag{68}$$

$\boxed{35}$ ポアッソンの式

<u>断熱変化</u>に限り、以下の式が成り立つ。

$Q = \triangle U + W$ において断熱変化であるから $Q = 0$ を代入して

$$\triangle U = -W = -P\triangle V = -\frac{nRT}{V}\triangle V \tag{69}$$

また内部エネルギーの変化分は

$$\triangle U = \frac{3}{2}nR\triangle T = nC_V\triangle T \tag{70}$$

よって

$$nC_V\triangle T = -\frac{nRT}{V}\triangle V \tag{71}$$

$$C_V \int \frac{1}{T}dT = -R\int \frac{1}{V}dV \tag{72}$$

$$C_V \log T = -R\log V \tag{73}$$

$$
\begin{aligned}
T^{C_V} &= V^{-R} && (74)\\
\left(\frac{PV}{nR}\right)^{C_V} &= V^{-R} && (75)\\
& && (76)
\end{aligned}
$$

V^R を両辺にかけると

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{1}{nR}\right)^{C_V} P^{C_V} V^{C_V+R} &= 1 && (77)\\
P^{C_V} V^{C_P} &= 一定 && (78)\\
PV^{\frac{C_P}{C_V}} &= 一定 && (79)
\end{aligned}
$$

まとめると

$$
\begin{aligned}
PV^{\gamma} &= 一定 && (80)\\
ただし\quad \gamma &= \frac{C_P}{C_V} && (81)\\
単原子分子の場合\gamma &= \frac{5}{3} && (82)\\
二原子分子の場合\gamma &= \frac{7}{5} && (83)
\end{aligned}
$$

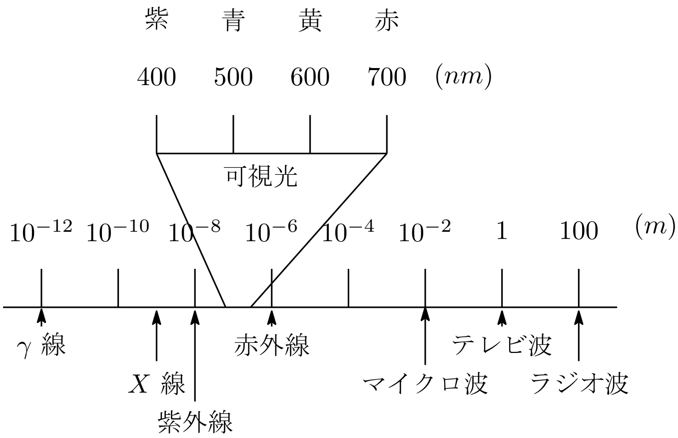
$\boxed{36}$ 熱機関の効率
高熱源からもらった全熱量を Q 、正味の仕事に使った熱量を W とすると

$$熱機関の効率 = \frac{W}{Q} \quad (84)$$

全熱量 Q は高熱源からもらった熱量が複数ある場合にはそれらの合計である。

3　波動

37　波長



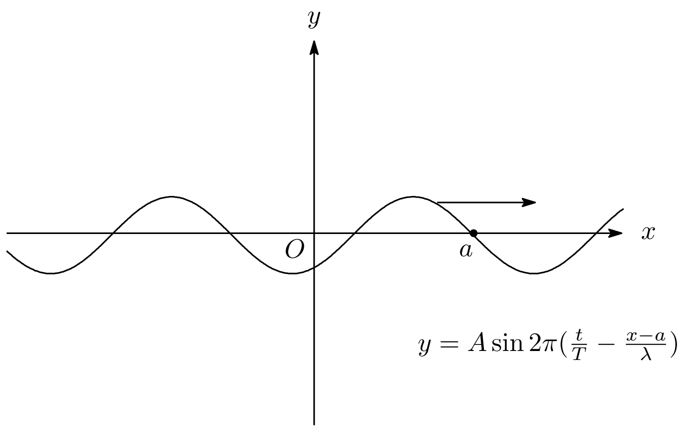
38　波動

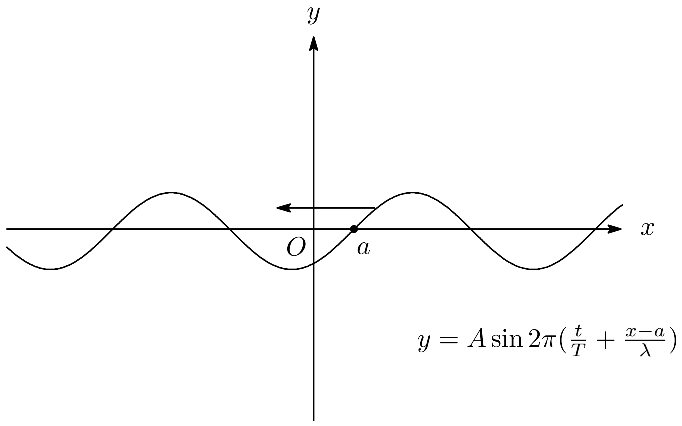
波の速さを v 、波長を λ 、周期を T 、振動数を f とすると波長は速さと周期の積であるから

$$\lambda = vT \tag{85}$$
$$f = \frac{1}{T} \tag{86}$$
$$v = f\lambda \tag{87}$$

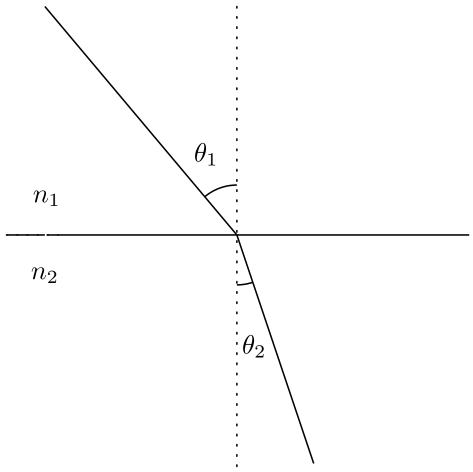
39　波動の式

$$y = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \tag{88}$$





$\boxed{40}$ 屈折の法則

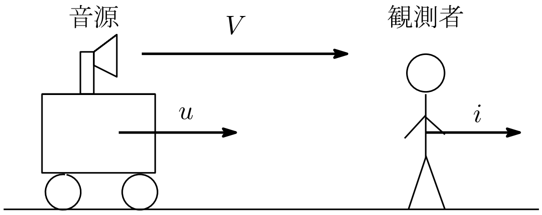


$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} \tag{89}$$

屈折率だけ逆になっていることに注意する。屈折率は真空を 1 とすると、空気が 1.0003 、水が 1.33、ダイヤモンドが 2.47 になる。また光の分散という効果によって振動数が増加すると屈折率も増加する。この効果は 1 %程度のため通常の問題では誤差として無視するが、プリズムや虹の場合には考慮しなければならなくなる。

$\boxed{41}$ ドップラー効果

音源の速さを u 、観測者の速さを i 、音の速さを V とすると（右向きを正とする）



$$f' = \frac{V - i}{V - u} f \tag{90}$$

風がある場合は風の速さ w を音速 V に加えて

$$f' = \frac{(V + w) - i}{(V + w) - u} f \tag{91}$$

42 うなり

うなりの回数は振動数の差の絶対値である。

$$N = |f_1 - f_2| \tag{92}$$

43 弦を伝わる波の速さ

弦の張力を S 、線密度を ρ とすると（線密度の単位は $[kg/m]$ であることに注意！）1 オクターブ高いと振動数は 2 倍になる。（ピアノの鍵盤の中心の「ド」は 400 $[Hz]$）

$$v = \sqrt{\frac{S}{\rho}} \tag{93}$$

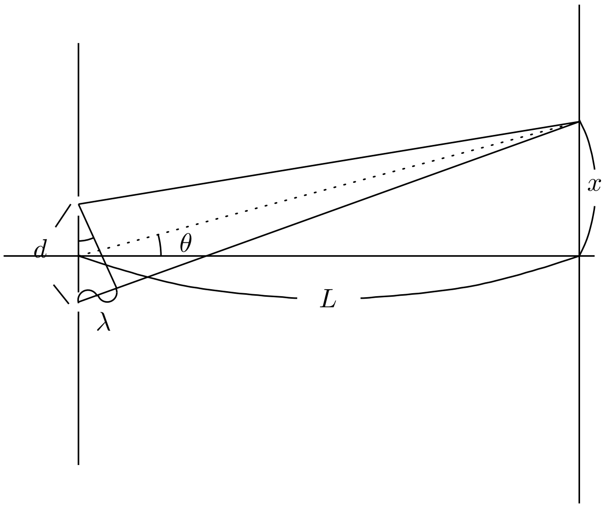
44 光学的距離

屈折率 n の物質中では、速さが $v = \frac{c}{n}$ になるため、光は距離 d 進むのに時間が n 倍かかる。このため屈折率 n の物質中における距離は真空中に換算すると n 倍の nd に相当する。これを光学的距離という。

$$\text{光学的距離} \quad nd \tag{94}$$

$\boxed{45}$ ヤングの実験・回折格子

光の波長を λ 、格子間距離を d 、スクリーンまでの距離を L 、光の進行方向を θ とすると中心から x 離れた場所で光が強め合う条件は



θ が十分小さいとき

$$\tan\theta = \frac{x}{L} \tag{95}$$

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d} \tag{96}$$

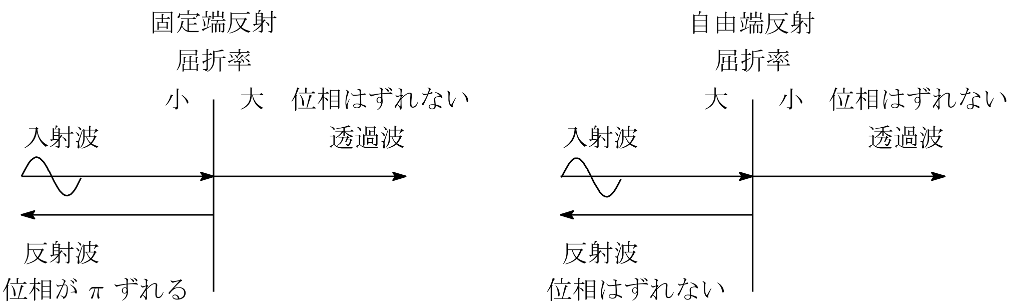
$$\tan\theta = \sin\theta \tag{97}$$

より

$$\frac{x}{L} = \frac{\lambda}{d} \tag{98}$$

$\boxed{46}$ 反射波と透過波

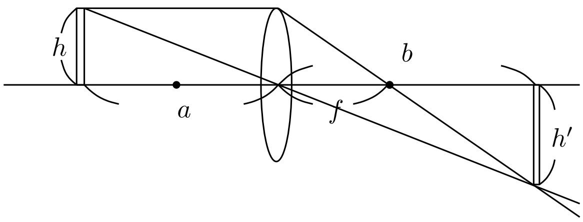
屈折率小→大における反射では、反射は固定端反射になり、反射波の位相が π ずれる。逆に屈折率大→小における反射では、反射は自由端反射になり、反射波の位相はずれない。また、透過波は屈折率の大小にかかわらず、位相はずれない。



$\boxed{47}$ 写像公式

光軸に平行な光は焦点を通る。レンズの中心を通る光は直進する。

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$



- 物体からレンズまでの距離をレンズから <u>左に正</u> として a を取る。
- レンズから焦点までの距離をレンズから <u>右に正</u> として f を 取る。
  凸レンズの場合には $f>0$
  凹レンズの場合には $f<0$
- レンズから像までの距離をレンズから <u>右に正</u> として b を取る。
  $b>0$ の場合には物体の反対側に倒立の実像ができる。
  $b<0$ の場合には物体と同じ側に正立の虚像ができる。
- 物体の大きさを h 、像の大きさを h' とすると $\frac{h'}{h}=|\frac{b}{a}|$ 倍になる。

4　電磁気学

$\boxed{48}$ クーロン力

電荷 Q と電荷 q の間に距離の 2 乗に反比例する力が働く。これをクーロン力という。同符合の電荷間は反発力、異符号の電荷間は引力を生じる。

$$F = k\frac{Qq}{r^2} \tag{99}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \tag{100}$$

ただし k はクーロン定数、ϵ_0 は真空の透磁率である。

$\boxed{49}$ 電界による力

クーロン力で 2 電荷間の距離の変化が無視できるとき、重力と同様に電場 $E = k\dfrac{Q}{r^2}$ を定数とみなすと

$$E = k\frac{Q}{r^2} \tag{101}$$

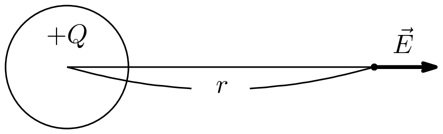
$$F = k\frac{Q}{r^2} \times q = qE \tag{102}$$

$\boxed{50}$ 電場と電位

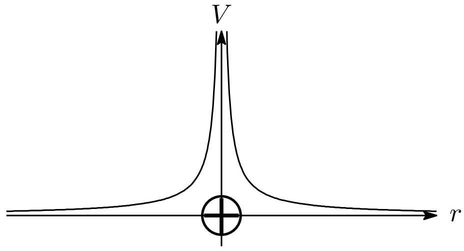
電場 E は電位 V を距離 d で微分したものである。

$$E = \frac{V}{d} \tag{103}$$

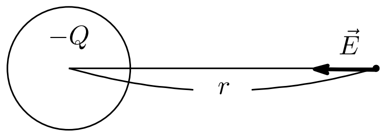
$\boxed{51}$ 点電荷による電場と電位



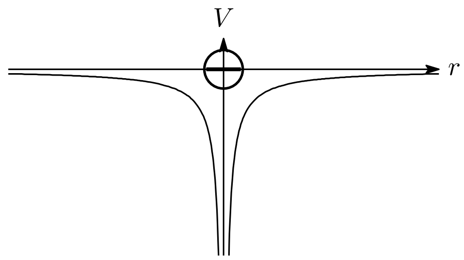
$$|\vec{E}| = k\frac{|Q|}{r^2}$$



$$V = k\frac{Q}{r}$$



$$|\vec{E}| = k\frac{|-Q|}{r^2}$$



$$V = -k\frac{Q}{r}$$

52 電流と電荷

電流 I は電荷 Q の流れの時間変化であるから、電荷 Q を時間 t で微分したものである。

$$I = \frac{Q}{t} \tag{104}$$

53 オームの法則

抵抗 R を流れる電流 I は電圧 V に比例する。

$$V = RI \tag{105}$$

54 電気エネルギー

電気のエネルギーは電荷 Q と電位 V の積で表される。

$$W = QV \tag{106}$$

55 電気力線

ガウスの電気力線の本数 N は r の位置における電場の強さ $E = k\dfrac{Q}{r^2}$ に半径 r の球の面積 $4\pi r^2$ をかけたものである。

$$N = 4\pi kQ \tag{107}$$

56 コンデンサー

コンデンサーに蓄えられる電荷 Q はコンデンサーの容量を C とすると

$$Q = CV \tag{108}$$

$\boxed{57}$ コンデンサーの容量
コンデンサーの容量は極板の面積に比例し、極板間の距離に反比例する。真空の誘電率を ϵ_0 とすると

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \tag{109}$$

また比誘電率 ϵ_r で満たされたコンデンサーの容量は

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 S}{d} \tag{110}$$

$\boxed{58}$ コンデンサー中の電界
コンデンサー中の電界は上記の式から計算できる。

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \tag{111}$$

$\boxed{59}$ 静電エネルギー
コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーは次の式で表される。

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C} \tag{112}$$

極板間の距離を変化させたりしてコンデンサーの容量を変えた場合に、変化後の静電エネルギーを計算するときには、スイッチが ON で電池が繋がったままであるときには V が一定であるから公式 $U = \frac{1}{2}CV^2$ を、スイッチが OFF で電池が繋がっていないときには Q が一定であるから公式 $U = \frac{Q^2}{2C}$ を使わねばならない。

$\boxed{60}$ コンデンサーの全容量

$$\text{並列}\, C = C_1 + C_2 + \dots \tag{113}$$
$$\text{直列}\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \tag{114}$$

抵抗と逆になっていることに注意する。

$\boxed{61}$ コンデンサーの極板間引力

$$F = \frac{1}{2}QE = \frac{1}{2}Q \times \frac{Q}{\epsilon_0 S} = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} \tag{115}$$

$\boxed{62}$ 抵抗

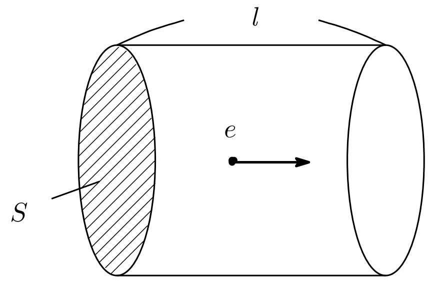
抵抗は抵抗に使われている物質固有の抵抗率 ρ を使って、長さ l に比例し断面積 S に反比例する。

$$R = \rho\frac{l}{S} \tag{116}$$

$\boxed{63}$ 電流

電子の電荷 e 、体積あたりの電子の個数 n、導体の断面積 S、電子の速さ v を使って

$$I = enSv \tag{117}$$

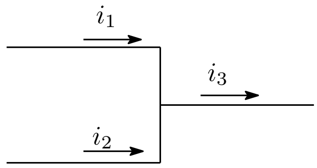


$\boxed{64}$ 全抵抗

$$\text{並列}\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots \tag{118}$$

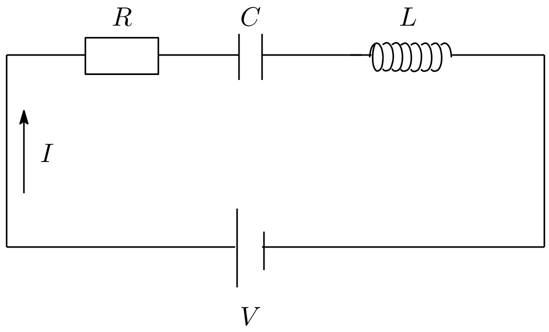
$$\text{直列}\, R = R_1 + R_2 + \cdots \tag{119}$$

$\boxed{65}$ キルヒホッフの法則１
分岐点において入ってくる電流の和 $i_1 + i_2$ は出て行く電流 i_3 と等しい。



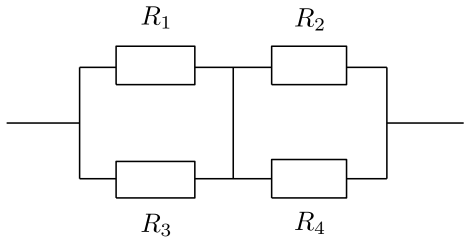
$$i_1 + i_2 = i_3 \tag{120}$$

$\boxed{66}$ キルヒホッフの法則２
電圧降下の和は電源電圧に等しい。



$$RI + \frac{Q}{C} + L\frac{dI}{dt} = V \tag{121}$$

$\boxed{67}$ ホイートストンブリッジ
ブリッジをつなぐ導線に電流が流れないためには向かい合う抵抗の積が等しくなる。



$$R_1 \times R_4 = R_2 \times R_3 \tag{122}$$

$\boxed{68}$ 電力と電力量
電力は電圧と電流の積、電力量は電力を時間で積分したものである。

$$
\begin{aligned}
P &= VI = RI^2 = \frac{V^2}{R} && (123) \\
W &= Pt = VIt = RI^2 t && (124)
\end{aligned}
$$

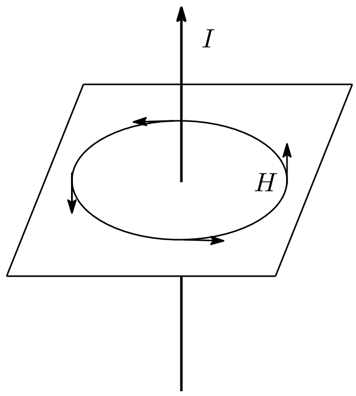
$\boxed{69}$ 内部抵抗がある電池の起電力

電池に内部抵抗 r がある場合にはその分だけ起電力が低下する。

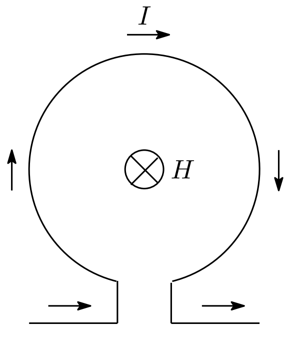
$$V' = V - rI \qquad (125)$$

$\boxed{70}$ 磁場

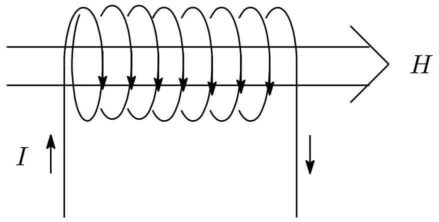
電流はその周りに磁場 H を作る。磁場のできる向きは右ねじの法則に従う。



$$\text{直線電流のつくる磁場 } H = \frac{I}{2\pi r} \qquad (126)$$



$$\text{円形電流のつくる磁場 } H = \frac{I}{2r} \qquad (127)$$



$$\text{コイルのつくる磁場 } H = nI \tag{128}$$

ただし単位（1 m）あたりの巻き数を n とする。

$\boxed{71}$ 磁束密度

真空の透磁率を μ_0 とすると磁束密度は以下の式で表される。

$$B = \mu_0 H \tag{129}$$

ただし磁場 H の単位が $[A/m]$ であるのに対して、磁束密度 B の単位は $[Wb/m^2]$ であることに注意する。

$\boxed{72}$ 磁束

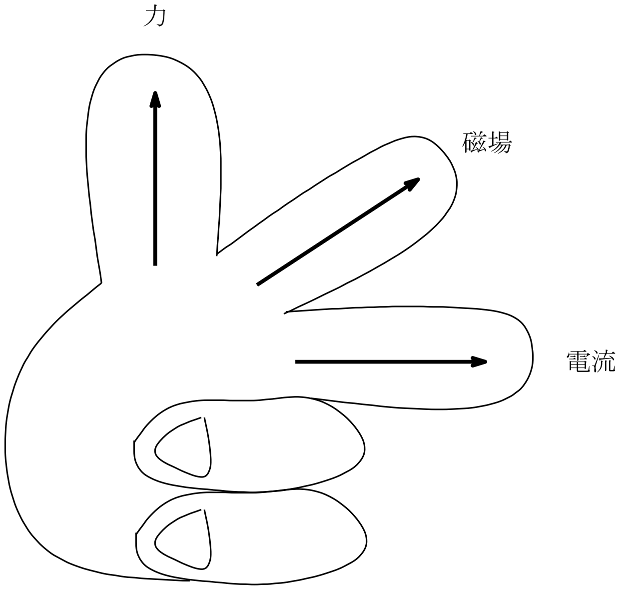
磁束密度 B とそれが通る面積 S の積を磁束 Φ という。

$$\Phi = BS \tag{130}$$

$\boxed{73}$ アンペールの力

電流 I の流れる導線が長さ l に磁束密度 B から受ける力。力を受ける向きはフレミング左手の法則に従う。原理的にローレンツ力と全く同じものである。（ビール BIl）

$$F = IBl\sin\theta \tag{131}$$



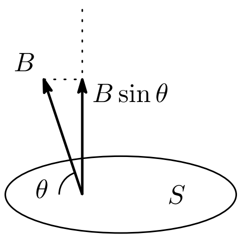
「フレミング左手の法則」

$\boxed{74}$ ローレンツ力
電荷 q の粒子が速さ v で磁束密度 B から受ける力。（バーベキュー Bvq）

$$F = qvB\sin\theta \tag{132}$$

$\boxed{75}$ ファラデー電磁誘導の法則（レンツの法則）
閉回路を貫く磁束が時間変化すると、その変化を妨げる向きに誘導起電力が起こる。ただしその閉回路を貫く磁束の回路に垂直な成分だけが寄与する。

$$V = n\frac{d\Phi}{dt} \tag{133}$$
$$V = vBl\sin\theta \tag{134}$$



$\boxed{76}$ 自己インダクタンス
コイルに流れている電流が時間変化するとその変化を妨げる向きにコイルに電圧が起きる。レンツの法則と同じものである。

$$V = L\frac{dI}{dt} \tag{135}$$

$$L = \frac{\mu_0 n^2 S}{l} \tag{136}$$

$\boxed{77}$ 相互インダクタンス

コイル１に流れている電流が時間変化するとその変化を妨げる向きにコイル２に誘導起電力が起きる。レンツの法則を使って自分で相互インダクタンスが導けるように。この原理を利用したものが変圧器（トランス）で、二つのコイルにかかる電圧の比は巻き数の比になる。

$$V_2 = M\frac{dI_1}{dt} \tag{137}$$

$$M = \frac{\mu_0 n_1 n_2 S_2}{l_1} \tag{138}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2} \tag{139}$$

$\boxed{78}$ コイルに蓄えられるエネルギー

$$W = \frac{1}{2}LI^2 \tag{140}$$

$\boxed{79}$ 交流

$$V = V_0 \sin \omega t \tag{141}$$

$\boxed{80}$ 実効値

実効値は電圧と電流それぞれの最大値の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ である。また実効電力は実効電圧と実効電流と力率の積となる。

$$V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \tag{142}$$

$$I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \tag{143}$$

$$W_e = \frac{1}{2}V_0 I_0 \cos\theta \tag{144}$$

$\boxed{81}$ コンデンサーのリアクタンス

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d(CV)}{dt} = \omega CV_0 \cos\omega t = \omega CV_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \tag{145}$$

コンデンサーのリアクタンスは $\frac{1}{\omega C}$ であり、電流は電圧より $\frac{\pi}{2}$ 進む。

$\boxed{82}$ コイルのリアクタンス

$$V = L\frac{dI}{dt} \tag{146}$$

$$I = \frac{1}{L}\int V dt = -\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t = \frac{V_0}{\omega L}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \tag{147}$$

コイルのリアクタンスは ωL であり、電流は電圧より $\frac{\pi}{2}$ 遅れる。

$\boxed{83}$ RLC 直列回路

抵抗のレジスタンスは R 、コンデンサーのリアクタンスは $\frac{1}{\omega C}$ 、コイルのリアクタンスは ωL である。コンデンサーは電圧に対して電流が $\frac{\pi}{2}$ 進み、コイルは電圧に対して電流が $\frac{\pi}{2}$ 遅れるので、RLC 直列回路における回路全体の電圧降下とインピーダンスは以下のようになる。

$$I = I_0 \sin\omega t \tag{148}$$

$$V = RI + L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} \tag{149}$$

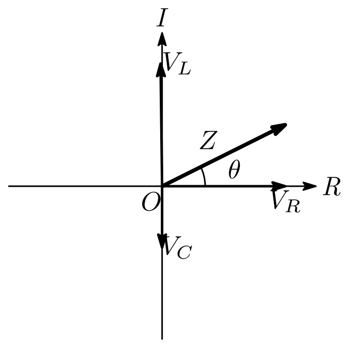
$$= RI_0 \sin\omega t + \omega L I_0 \cos\omega t - \frac{1}{\omega C} I_0 \cos\omega t \tag{150}$$

$$= RI_0 \sin\omega t + (\omega L - \frac{1}{\omega C}) I_0 \cos\omega t \tag{151}$$

$$= \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}\sin(\omega t + \phi) \tag{152}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \tag{153}$$

$$\tan\phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \tag{154}$$



$\boxed{84}$ 電気振動

コイルの磁界エネルギーとコンデンサーの電気エネルギーの和が保存する。また共振周波数はコイルの自己インダクタンス L とコンデンサーの容量 C で決まり $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ のとき $f = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ となる。

$$\frac{1}{2}L{I_0}^2 = \frac{1}{2}C{V_0}^2 \tag{155}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{156}$$

5　量子力学

$\boxed{85}$ 光のエネルギーと運動量
ただし $\lambda = cT = \dfrac{c}{\nu}$ である。

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \tag{157}$$
$$P = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c} \tag{158}$$

$\boxed{86}$ ドブロイの関係式
電子や中性子などのミクロな粒子は光と同様に、粒子性と波動性の二重性を持つ。粒子としての運動量 mv と波動としての運動量 $\dfrac{h}{\lambda}$ は等価である。

$$mv = \frac{h}{\lambda} \tag{159}$$
$$\text{よって}\quad \lambda = \frac{h}{mv} \tag{160}$$

$\boxed{87}$ 光電効果
光をあてると電子が出てくる現象のことである。ただし電子が物質から抜け出るためにエネルギーを必要とし、それを仕事関数 W という。$1\ \ [eV] = 1.6 \times 10^{-19}\ \ [J]$

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W \tag{161}$$

$\boxed{88}$ コンプトン効果
X 線が電子にあたって散乱されるとき、X 線の波長が大きくなる現象をコンプトン効果という。コンプトン効果においては、X 線と電子の間で運動量とエネルギーの保存則が成立する。光電効果とコンプトン効果は光の粒子性の証拠とされる。一方、回折と干渉は光の波動性の証拠とされていることも併せて覚えておくこと。

$\boxed{89}$ X 線
光電効果の逆と呼べる現象で、電子を加速して物質に当てると X 線が出てくる現象である。X 線は光の一種であるから、光電効果の場合のように仕事関数を必要としない。

$$
\begin{aligned}
eV &= h\nu = \frac{hc}{\lambda} && (162)\\
\text{最短波長}\quad \lambda &= \frac{hc}{eV} && (163)
\end{aligned}
$$

$\boxed{90}$ ブラッグ反射
X 線が結晶格子により反射するとき、波長の整数倍だけ位相がずれたときに強め合う条件を表したもの。

$$
2d\sin\theta = n\lambda \tag{164}
$$

$\boxed{91}$ ボーア半径とエネルギーの量子化
電子が陽子の周りを回っている水素原子において、電子が受けるクーロン力が向心力であるとして第一の式が得られる。次に電子が波動であるとして電子の波長の整数倍の軌道しか取ることができないという条件から第二の式が得られる。第三の式はドブロイの関係式である。

$$
\begin{aligned}
m\frac{v^2}{r} &= k\frac{e^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2} && (165)\\
2\pi r &= n\lambda && (166)\\
mv &= \frac{h}{\lambda} && (167)
\end{aligned}
$$

を使って計算してボーア半径 $r = \dfrac{\epsilon_0 h^2 n^2}{\pi m e^2}$ を出す。電子の運動エネルギーと位置エネルギーの総和が保存され、それぞれのエネルギー順位の差が光エネルギーとなって水素原子のスペクトルを形成していると考えられるので

$$
\begin{aligned}
E &= \frac{1}{2}mv^2 + (-k\frac{e^2}{r}) = -\frac{ke^2}{2r} && (168)\\
h\nu &= E_n - E_{n'} && (169)
\end{aligned}
$$

最終的に

$$
\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}) \tag{170}
$$

ただし R はリュードベリ定数である。

$\boxed{92}$ 半減期

放射性物質の半減期を T とすると、時間 t たったときの放射性物質の残量は

$$N = N_0(\frac{1}{2})^{\frac{t}{T}} \tag{171}$$

$\boxed{93}$ 崩壊

放射性物質の崩壊は以下の 3 つである。

α 崩壊 ... ヘリウム原子核 He^{2+} ， 原子番号 - 2， 質量数 - 4

β 崩壊 ... 電子 e^- ， 原子番号 + 1， 質量数 変化なし

γ 崩壊 ... 光 ， 原子番号 変化なし， 質量数 変化なし

透過力： $\alpha < \beta < \gamma$

電離作用： $\alpha > \beta > \gamma$

$\boxed{94}$ 質量エネルギー

物質が核融合もしくは核分裂により質量欠損が起きるとき、その欠損した質量はエネルギーに変換されることをアインシュタインが導いた。

$$E = mc^2 \tag{172}$$